Universidad
Tecnológica
Nacional

Facultad Regional Buenos Aires

SEMINARIO UNIVERSITARIO 2026

FINAL – 18/03/2026

Apellido y Nombre:………………………………………………………………….……………………

Número de documento: ………………………………..……………………………………………

TEMA 1

1	2	3	4	5	NOTA

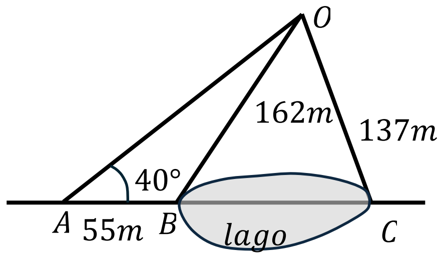
- La duración del examen es de 150 minutos
- Condición mínima de aprobación (6 puntos): 50% del examen bien resuelto
- Todas las respuestas deben estar justificadas

FÓRMULAS: $sen^2(x) + cos^2(x) = 1 \quad sen(x \pm y) = sen(x)\cos(y) \pm \cos(x)\,sen(y)$

$$\cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp sen(x)sen(y)$$

EJERCICIO 1:

Un ingeniero desea medir la distancia entre dos puntos *B* y *C* situados en los extremos de un lago artificial tal como se muestra en la figura. Para ello tomó, como referencia, un punto *A* que se encuentra a 55 metros de *B* en la misma recta que contiene a los puntos *B* y *C*. Además, sabe que las distancias de *B* y *C* a un punto fijo *O* son de 162 y 137 metros, respectivamente. Sabiendo que el ángulo $\measuredangle BAO = 40°$, calcular la distancia de *B* a *C*.



EJERCICIO 2: Sea f: $[2; +\infty) \rightarrow I_f \subseteq \mathbb{R}$ / $f_{(x)} = x^2 - 4x + 5$

(a) Determinar la función f^{-1} indicando su dominio e imagen.

(b) Resolver la ecuación $ln\left(f^{-1}{}_{(x)}\right) = 3$

EJERCICIO 3: Sea f: $D_f \subseteq \mathbb{R} \rightarrow I_f \subseteq \mathbb{R}$ / $f_{(x)} = \frac{ax+1}{bx+3}$. Se sabe que la recta de ecuación *y*=2 es asíntota horizontal de la gráfica de *f* y que, además, la recta de ecuación $y = \frac{1}{8}x - \frac{5}{8}$ y la gráfica de *f*, tienen una de sus intersecciones en un punto de abscisa *x*=1.

(a) Determinar f indicando su dominio e imagen.

(b) Determinar $f^{-1}{}_{(x)}$ indicando su dominio e imagen.

EJERCICIO 4:

(a) Los vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$ tienen el mismo módulo y diferente dirección. Calcular: $(\vec{v} + \vec{w}).(\vec{v} - \vec{w})$

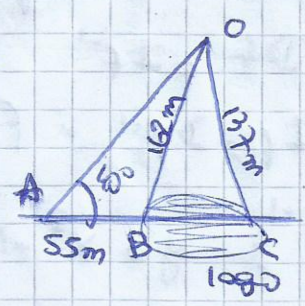
(b) Sea $x \in [0;\, \pi/2)$. Sabiendo que $tg_{(x)} = \sqrt{7}$, calcular el valor exacto de $sen(2x)$

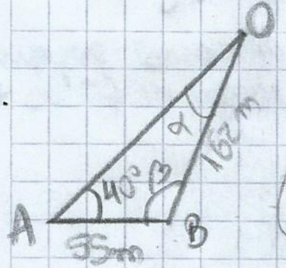
EJERCICIO 5: Una empresa que organiza conciertos de rock determinó que para tener una asistencia de 800 espectadores debe cobrar $60.000 cada entrada del espectáculo que está produciendo. Por otra parte, determinó que por cada $1.000 que rebaje el valor de la entrada, el número de asistentes se incrementa en 50. Determinar a qué precio debe fijarse la entrada para que el dinero recaudado en el recital sea el mayor posible. ¿Cuántas personas concurren al recital en dicho caso?

(resuelto por Sylvina)

Seminario Universitario	Final	TM	HOJA N° 1/2 — FECHA 18-3-26

EJ 1 Un ingeniero desea medir la distancia entre dos puntos: B y C situados en los extremos de un lago artificial (Agua)
Para ello, tomó, como referencia un punto A que se encuentra a 55 metros de B en la misma recta que contiene a los puntos B y C
Además, sabe que las distancias de B y C a un punto fijo O son de 162 y 137 metros respectivamente. Sabiendo que $\measuredangle BAO = 40°$
Calcular la distancia BC





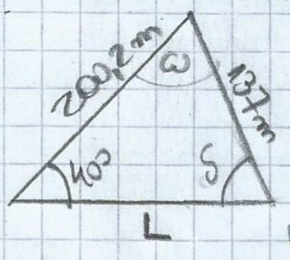
$$180° = 40° + \hat{\alpha} + \hat{\beta}$$

$$\frac{sen(\alpha)}{55m} = \frac{sen(40)}{162m} \rightarrow sen(\alpha) = sen(40°) \cdot \frac{55m}{162m} = 0,2182$$

$$\boxed{\hat{\alpha} = 12,6°}$$

$$\hat{\beta} = 180° - 40° - 12,6° \rightarrow \boxed{\hat{\beta} = 127,4°}$$

$$\frac{\overline{AO}}{sen(\beta)} = \frac{162m}{sen(40)} \rightarrow |\overline{AO}| = 200,2\,m$$



$$\frac{sen(\delta)}{200,2m} = \frac{sen(40°)}{137m} \rightarrow sen(\delta) = 0,9393$$

$$\boxed{\delta = 69,94°}$$

$$\omega = 180° - 40° - 69,94°$$

$$\boxed{\omega = 70,06°}$$

$$L^2 = (200,2m)^2 + (137m)^2 - 2 \cdot 200,2m \cdot 137m \cos(\omega)$$

$$L^2 = 40.141,6\,m^2 \rightarrow \boxed{L = 200,4m}$$

200,4m

$$L = 55m + |\overline{BC}| \rightarrow \boxed{\boxed{|\overline{BC}| = 145,4m}}$$

NOTA

(resuelto por Sylvina)

EJ 2 Sea $f: [2,+\infty) \to If \subseteq \mathbb{R}$ tal que $f(x) = x^2 - 4x + 5$

a) Determinar la función f^{-1} indicando su imagen y dominio

$$Df = If^{-1} \to \boxed{If^{-1} = [2, +\infty)}$$

$$If = Df^{-1} : f_{(2)} = 4 - 8 + 5 = 1 \to If = \boxed{Df^{-1} = [1, +\infty)}$$

$$f^{-1}: \quad y = x^2 - 4x + 5 = (x-2)^2 + 1$$

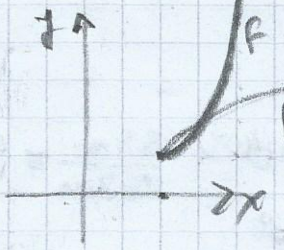
$$y - 1 = (x-2)^2 \to |x-2| = \sqrt{y-1}$$

$$x = 2 + \sqrt{y-1}$$

$$\cancel{x = 2 - \sqrt{y-1}}$$

la descarto porque la imagen de f^{-1} es +

$$\boxed{f^{-1}_{(x)} = 2 + \sqrt{x-1}}$$



b) Resolver la ecuación $\ln(f^{-1}_{(x)}) = 3$

$$\ln(2 + \sqrt{x-1}) = 3$$

$$e^{\ln(2+\sqrt{x-1})} = e^3$$

$$2 + \sqrt{x-1} = e^3$$

$$\sqrt{x-1} = e^3 - 2$$

$$\boxed{x = (e^3 - 2)^2 + 1}$$

NOTA

(resuelto por Sylvina)

Seminario Universitario	Final	TM	HOJA N° 2/2 FECHA 18-3-26

Ej 3) Sea $f: Df \subseteq \mathbb{R} \to If \subseteq \mathbb{R}$ / $f(x) = \dfrac{ax+1}{bx+3}$. Se sabe que la recta de ecuación $y=2$ es asíntota horizontal de la gráfica de f y que además, la recta de ecuación $y = \frac{1}{8}x - \frac{5}{8}$ y la gráfica de f tienen una de sus intersecciones en un punto de abscisa $x=1$

a) Determinar f indicando su dominio e imagen

$y=2$ AH $\to \dfrac{a}{b} = 2 \to \boxed{a = 2b}$ I

en $x=1$: $\dfrac{a+1}{b+3} = \dfrac{1}{8} - \dfrac{5}{8} = -\dfrac{4}{8}$

$-2(a+1) = b+3 \to -2a-2 = b+3$

$\boxed{2a+b = -5} \xrightarrow{\text{I}} 2(2b)+b = -5$

$5b = -5 \to \boxed{b=-1}$

$\boxed{a=-2}$

$$\boxed{f(x) = \frac{-2x+1}{-x+3}}$$

$\boxed{Df = \mathbb{R} - \{3\}}$

AV: $x=3$

AH: $y=2$

$\boxed{If = \mathbb{R} - \{2\}}$

b) Determinar $f^{-1}(x)$ indicando su dominio e imagen

$Df = If^{-1}$

$If = Df^{-1}$

$\to \boxed{If^{-1} = \mathbb{R} - \{3\}}$ $\boxed{Df^{-1} = \mathbb{R} - \{2\}}$

$y = \dfrac{-2x+1}{-x+3}$

$y(-x+3) = -2x+1$

$-xy + 3y = -2x+1$

$-xy + 2x = 1-3y$

$x(-y+2) = 1-3y$

$x = \dfrac{1-3y}{2-y} \to \boxed{f^{-1}(x) = \dfrac{1-3x}{2-x}}$

NOTA

(resuelto por Sylvina)

Ej 4 a) Los vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$ tienen el mismo módulo y diferente dirección
Calcular: $(\vec{v}+\vec{w}).(\vec{v}-\vec{w})$

$$(\vec{v}+\vec{w})(\vec{v}-\vec{w}) = \vec{v}.\vec{v} - \cancel{\vec{v}.\vec{w}} + \cancel{\vec{w}.\vec{v}} - \vec{w}.\vec{w} = \vec{v}\vec{v} - \vec{w}.\vec{w} =$$

$$= \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{w}\|^2 = \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{v}\|^2 = 0$$

$$\|\vec{v}\| = \|\vec{w}\|$$

$$\boxed{(\vec{v}+\vec{w}).(\vec{v}-\vec{w}) = 0}$$

b) Sea $x \in [0, \pi/2)$. Sabiendo que $tg(x) = \sqrt{7}$ calcular el valor exacto de $sen(2x)$

$$tg(x) = \frac{sen(x)}{cos(x)} = \sqrt{7} \rightarrow sen(x) = \sqrt{7}\, cos(x)$$

$$\boxed{sen^2 = cos^2 tg^2} \quad \text{(I)}$$

$$sen(2x) = 2\cos(x)\, sen(x) = 2\cos(x).\sqrt{7}\cos(x) = 2\sqrt{7}\cos^2(x) =$$

$$= 2\sqrt{7} . \frac{1}{8} =$$

$$= \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\cos^2(x) + sen^2(x) = 1$$

(I) $$\cos^2(x) + \cos^2(x)\, tg^2(x) = 1$$

$$\cos^2(x)(1+tg^2(x)) = 1 \rightarrow \cos^2(x) = \frac{1}{1+\underbrace{tg^2(x)}_{7}} = \frac{1}{8}$$

$$\boxed{sen(2x) = \frac{\sqrt{7}}{4}}$$

Ej 5 Una empresa que organiza conciertos de rock determinó que para tener asistencia de 800 personas debe cobrar \$60.000 cada entrada. Por otra parte determinó que por cada \$1.000 que rebaje el valor de la entrada, el número de asistentes se incrementa en 50. Determinar a qué precio debe fijarse la entrada para que el dinero recaudado en el recital sea el mayor posible ¿Cuántas personas concurren al recital en dicho caso?

C: cantidad de personas $\quad C(x) = 800 + 50x$

E: precio de la entrada $\quad E(x) = 60.000 - 1000x$

R: recaudación total $\quad R(x) = C(x) . E(x)$

$$R(x) = (800 + 50x)(60000 - 1000x) =$$

$$= 48.000.000 - 800000x + 3.000.000x - 50000x^2$$

$$R(x) = -50000x^2 + 2.200.000x + 48.000.000$$

$$x\,max = x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-2.200.000}{-100.000} = 22 = x_{max} \rightarrow C(22) = 800 + \underbrace{50 \times 22}_{1100}$$

$$\$ \rightarrow E(22) = 60000 - 1000 \times 22$$

$$\boxed{C(x)|_{max} = 1900 \quad a\ \$\ 38.000}$$

NOTA

(resuelto por Sylvina)